

# Desarrollo de reglas difusas en aplicaciones de convertidores

Francisco Macias<sup>1</sup>, Fernando Jurado<sup>2</sup> y David Granados<sup>2</sup>

Departamento de Ingeniería Eléctrica<sup>1</sup>, Departamento de la Maestría en Ingeniería Eléctrica<sup>2</sup>  
Universidad de Guanajuato<sup>1</sup>, Tecnológico Nacional De México / Tecnológico Superior de Irapuato  
fernando.jp@irapuato.tecnm.mx

*Abstract*— this research provides a methodology for the development of fuzzy linguistic rules, starting with basic aspects on fuzzy logic concepts, definitions of proposals and main fuzzy systems, having as main objective the reduction of heuristics in the formation of the systems. It is concluded with an example of application in step-down converters with a photovoltaic solar energy source and a lead-acid battery as load.

*Keyword*—*Fuzzy logic, fuzzy systems, language rules.*

*Resumen*—

En la presente investigación se aporta una metodología para el desarrollo de reglas lingüísticas difusas, comenzando con aspectos básicos sobre conceptos de lógica difusa, definiciones de propuestas y principales sistemas difusos, teniendo como objetivo principal la disminución de la heurística en la formación de los sistemas. Se concluye con un ejemplo de aplicación en convertidores reductores con una fuente de energía solar fotovoltaica y una batería plomo-acido como carga.

*Palabras claves:* *Lógica difusa, sistemas difusos, reglas lingüísticas,*

## I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas difusos se basan en la teoría de L.A. Zadeh presentada en el año de 1965 (Zadeh, Fuzzy Sets, 1965) (Bellman & Zadeh, 1970) dicha teoría establece una manera de cuantificar relaciones de variables de naturaleza imprecisa mediante el lenguaje, asignando una letra a una variable física y un adjetivo como término lingüístico de la variable, del tipo: alto, bajo, angosto, ancho etc. Las suposiciones anteriores son conocidas como reglas difusas y se conforman con un antecedente (si) y un consecuente (entonces). Este tipo de sistemas permite evaluar una variable física mediante la utilización de un conjunto de reglas lingüísticas.

Los sistemas difusos están basados en el conocimiento de un experto, cuyo conocimiento lo obtuvo mediante la experiencia, este conocimiento es trasladado en asentamientos de la forma “Si - Entonces”, la oración queda estructurada de la manera siguiente:

*“SI” premisa “ENTONCES” consecuente*

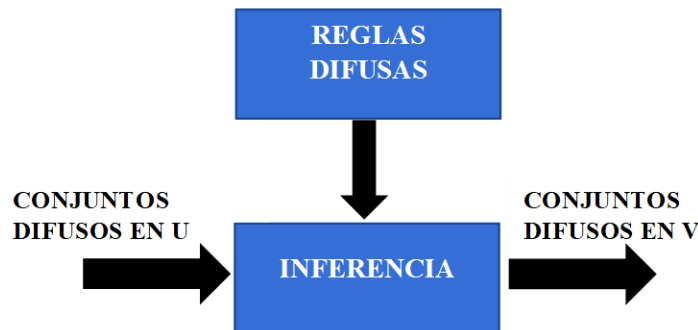
La primera condición de la oración contiene las diferentes entradas del sistema, caracterizadas en funciones de membresía, la segunda parte de la sentencia es la acción que se debe llevar a cabo. En resumen, son dos los pasos que se tienen que seguir para la conformación de un sistema difuso (Sanahua, 2017):

1. Obtención de las reglas difusas.
2. Combinar las reglas difusas obtenidas en un solo sistema.

Existen en la literatura tres tipos principales de sistemas difusos los cuales se explicarán a detalle a continuación:

1. Sistemas difusos puros (Figura 1).
2. Sistema difuso Tagaki-Sugeno (TSK).
3. Sistemas difusos Mamdani (Figura 2).

Los sistemas difusos puros se pueden apreciar en la figura 1, donde existe una serie de reglas de la forma “si - entonces” que utilizan una inferencia para mapear al universo de entrada  $U$  al universo de salida  $V$ . La manera en la que se encuentran ordenadas las reglas en los sistemas puros permite manejar de forma práctica el conocimiento de un experto.



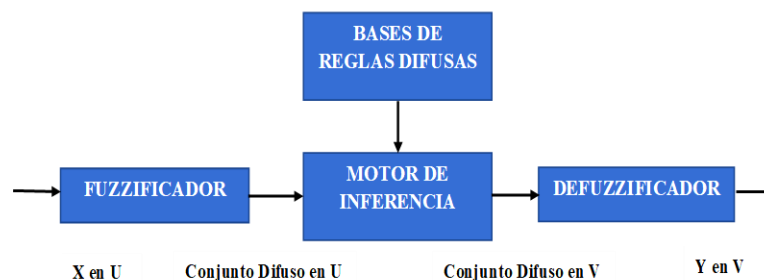
**Figura 1** Esquema de sistemas difusos puros.

Uno de los inconvenientes de los sistemas puros es el uso del lenguaje natural para sus entradas y salidas, las cuales no son aplicables en un contexto matemático que solucione problemas en ingeniería. Takagi-Sugeno, propone solucionar este problema con el sistema presentado en la Figura 2, donde las entradas y salidas son valores reales aplicables a problemas de ingeniería.

Existe un sistema introducido en 1985 por Takagi y Sugeno (TSK) (Takagi & Sugeno , 1985) aunque las reglas difusas conservan la estructura “si-entonces” la inferencia ya no produce sentencias lingüísticas en la salida, sino una serie de funciones lineales lo que permite estimar la salida.

Además al tener en la salida ecuaciones lineales no es necesaria la defuzzificación como en el caso de mamdani.

Una ventaja importante de este tipo de sistemas se debe a la oportunidad de elaborar mejores diseños de inferencia.



**Figura 2** Sistema difuso Mamdani.

La figura 2, muestra la inferencia de Mamdani, fue introducida por Ebrahim Mamdani en 1973 (Zadeh, Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes, 1973) es posiblemente el mecanismo de inferencia más utilizado, el cual cuenta con cuatro pasos generales para su aplicación.

1. Fuzzificación de las variables de entrada.
2. Evaluación de las reglas.
3. Agregación de las salidas de las reglas.
4. Defuzzificación.

Ésta metodología toma los valores de la fuzzificación y se aplican a los antecedentes de las reglas difusas, sin embargo, si existen varios antecedentes se utilizan operadores AND y OR para obtener una única magnitud que represente la evaluación. Este valor obtenido comúnmente llamado valor de verdad es aplicado al consecuente.

Para la evaluación de los operadores se utilizan la T-norma y T-conorma (S-norma), para el siguiente paso se relaciona la evaluación del antecedente con el consecuente para obtener un conjunto difuso de salida, aplicando un recorte según el valor de verdad obtenido. Para finalizar se utiliza la agregación que es el proceso de unificación de las salidas de todas las reglas para obtener un único conjunto difuso por cada variable de salida, al obtener tales resultados se emplea un método de defuzzificación para obtener valores representativos, el más utilizado en la literatura es el método del centroide.

## II. OPERACIONES BÁSICAS DE CONJUNTOS DIFUSOS

Desde el punto de vista clásico, teoría introducida por G. Cantor en 1845 un conjunto “A” se define como una totalidad de elementos encontrados dentro de un universo de referencia “U” que presentan una determinada propiedad en común, donde cada uno de los elementos tienen una pertenencia aristotélica a un determinado conjunto, por lo tanto, se puede plantear una función de pertenencia para cada conjunto y así definirlo completamente; a cada uno de los elementos dentro de la función de pertenencia se le asigna un valor lógico en el cual toma el valor de “1”, los elementos que pertenecen al conjunto y un valor de “0”, si no pertenece la forma de representarlo es la siguiente:

$$A = \{x \in U \mid x \text{ "propiedad"}\}$$

Sin embargo, al momento de tratar cuestiones inexactas propias del pensamiento humano o ideas vagas es cuando es insuficiente. Por ello es posible definir al conjunto difuso como una generalización del conjunto clásico a través de cuantificar el grado de satisfacción de una propiedad por una función de pertenencia.

Los conjuntos difusos se definen de forma similar a los conjuntos clásicos, sin embargo, la diferencia principal entre ambos se encuentra en el concepto de pertenencia ya que un elemento de un conjunto difuso tiene la propiedad de pertenecer parcialmente a infinidad de conjuntos.

Una vez revisado la literatura de los conjuntos clásicos y difusos se pueden observar ciertas características importantes, de las cuales se pueden mencionar algunas de ellas. A continuación, se enuncian.

1. Los elementos dentro de un conjunto clásico solo pueden tener dos valores, 0 y 1.

2. Un elemento puede pertenecer de forma parcial a un conjunto y simultáneamente a su complemento.
3. La frontera de un conjunto difuso tiene incertidumbre por lo tanto son difusas, sin embargo, las fronteras en un conjunto clásico son exactas y definidas: pertenecen o no al conjunto.

La teoría de conjuntos difusos está fundamentada en la lógica de Zadeh, donde el grado de pertenencia de un elemento está determinado por una función de pertenencia, la cual puede tomar todos los valores reales en el intervalo [0,1] (Zadeh, Fuzzy Algorithms, 1968).

De lo anterior se puede deducir que los conjuntos clásicos son una particularidad de los conjuntos difusos al solo tomar valores de 0 o 1, siendo los conjuntos difusos la generalidad de conjuntos.

La nomenclatura utilizada para definir un conjunto difuso A perteneciente al universo de discurso U, en el que los elementos son pares ordenados de x, y su grado de pertenencia se encuentra definido por:

$$A = \{x, \mu_A(x) | x \in U\} \tag{1}$$

La forma mayormente utilizada para escribir A es:

$$A = \int_U \frac{\mu_A(x)}{x} \tag{2}$$

Donde el símbolo integral se utiliza para denotar a todos los puntos de x pertenecientes a U con una función de pertenencia  $\mu_A(x)$ , cuando el conjunto toma valores discretos la integral se vuelve sumatoria y se escribe:

$$A = \sum \frac{\mu_A(x)}{x} \tag{3}$$

Donde el símbolo de sumatoria se utiliza para denotar todos los puntos de x pertenecientes a U. A continuación, se definirán las operaciones básicas entre conjuntos difusos, es decir: igualdad, interior, complemento, unión e intersección de dos conjuntos difusos dentro del mismo universo de discurso A y B.

En la literatura Li-Xin Wang (Wang, 1996) expone que A y B son iguales si y solo si  $\mu_A(x) = \mu_B(x)$  para todo  $x \in U$ . Se dice que A está contenido dentro de B, denotado por  $A \subset B$ , sí y solo sí  $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$  para todo  $x \in U$ , el complemento de A es un conjunto difuso A en U cuya función de membresía está definida como:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \tag{4}$$

La unión de A y B es un conjunto difuso en U, denotado por  $A \cup B$ , cuya función de membresía está definida como:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max [\mu_A(x), \mu_B(x)] \tag{5}$$

La intersección de los conjuntos difusos **A** y **B** denotado por  $A \cap B$  en **U** con la función de membresía es:  $\mu_{A \cap B}(x) = \min [\mu_A(x), \mu_B(x)]$  (6)

El motivo principal para el uso de la abreviación “*max*” para definir la unión y “*min*” para definir la intersección, es de hecho simple si es explicado con la ayuda de la Figura 3 y Figura 4. La unión de los conjuntos difusos **A** y **B** es el conjunto difuso más pequeño que contiene a ambos Figura 3, sin embargo, la intersección de **A** y **B** es el valor más grande que contiene a ambos conjuntos como se observa en la Figura 4 con la línea de color amarillo.

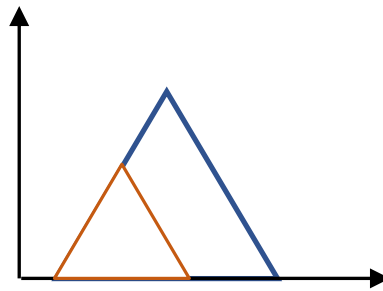


Figura 3 Unión de conjuntos difusos.

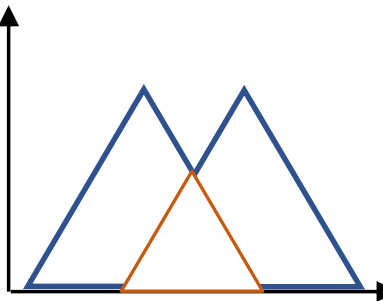


Figura 4 Intersección de conjuntos difusos.

### III. COMPLEMENTOS DIFUSOS.

Previamente se observaron tres de las operaciones básicas de los conjuntos difusos, sin embargo, existe la posibilidad de ampliar el campo de acción de estas operaciones debido en gran medida al contexto en el cual se utilicen; para un ejemplo concreto es posible mencionar el siguiente, si se toma la intersección de dos conjuntos difusos y se desea que el conjunto más grande interfiera en el resultado. Pero utilizando el operador “*min*”, el conjunto más grande no tendría ningún impacto en el resultado final. Por ello se describirán a continuación las posibilidades que las nuevas operaciones que la lógica difusa ofrece (Zadeh, Similarity relations and fuzzy ordering, 1971).

Permitiendo que  $c: [0,1] \rightarrow [0,1]$  sea un mapeo que transforma la función de membresía de un conjunto difuso **A**, a la función de membresía del complemento de **A**, esto es:

$$c[\mu_A(x)] = \mu_{\bar{A}}(x) \tag{7}$$

Para que una función sea nombrada complemento de otra función debe satisfacer dos requerimientos que a continuación se mencionan:

**Axioma 1.** Condición de frontera  $c(0) = 1$  y  $c(1) = 0$ .

**Axioma 2.** Para todo  $a, b \in [0,1]$ , si  $a < b$ , entonces  $c(a) \geq c(b)$  siendo  $a = \mu_A(x)$ ,  $b = \mu_B(x)$ .

El significado de los axiomas 1 y 2 definen de manera completa al complemento de las funciones difusas mostrando que si un elemento pertenece a una función difusa de grado 0 (1), entonces debería pertenecer al complemento de la función de grado 1 (0). Además, se requiere que un incremento en el valor de la membresía debe resultar en el decremento o en determinado caso en ningún cambio en el valor de membresía del complemento. El no cumplir con estos requerimientos resultará en un operador inaceptable como complemento.

Existen clases especiales de complementos propuestos por diferentes autores en la literatura como el complemento propuesto por *Takagi Sugeno* definida de la siguiente forma (Sanahua, 2017):

$$c_\lambda(a) = \frac{1 - a}{1 + \lambda a} \tag{8}$$

Donde  $\lambda \in (-1, \infty)$  definiendo su dominio abierto por la izquierda y por la derecha de menos uno a infinito, la particularidad del complemento Sugeno radica en la obtención de un valor específico para cada valor de  $\lambda$  dentro de su dominio excepto cuando toma el valor de cero convirtiéndose en una función complemento básica, la figura 5 muestra distintos valores de lambda para la función de Sugeno.

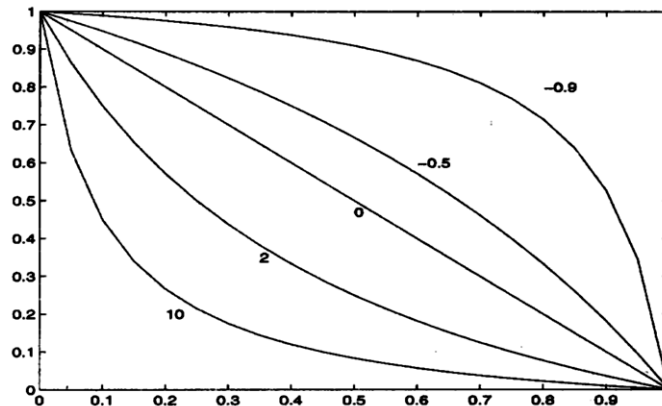


Figura 5 Complemento Sugeno para diferentes valores de  $\lambda$  (Wang, 1996).

Otro tipo de complemento fue propuesto por *Yager* con la siguiente función:

$$c_w(a) = (1 - a^w)^{\frac{1}{w}} \tag{9}$$

Donde  $w \in (0, \infty)$ , para cada valor de  $w$  se obtiene un valor particular de complemento que satisface los axiomas 1 y 2, cuando  $w$  toma el valor de 1, se convierte en una función complemento básica, la Figura 6 ilustra diferentes valores de  $w$  en el complemento de *Yager* (Menger, 1942) (Wang, 1996).

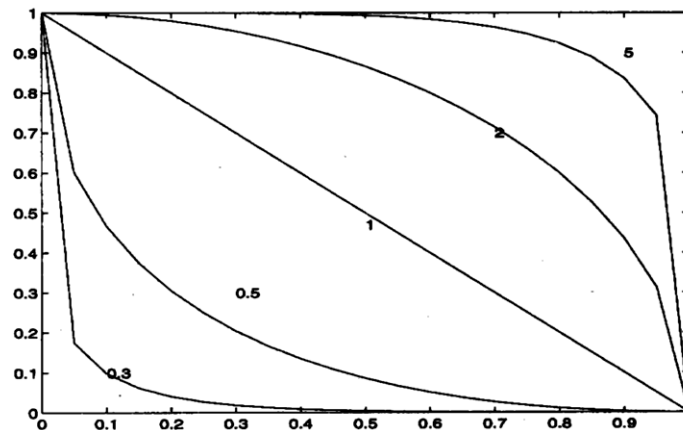


Figura 6 Complementos para diferentes valores de w en la función de Yager.

Sea  $s: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  una función de mapeo que transforma las funciones **A** y **B**, en la función de membresía de la unión **A** y **B** tal que lo que se conoce como unión difusa “norma-s”:

$$s[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_{A \cup B}(x) \tag{70}$$

Existen cuatro axiomas que al cumplirse garantizan la unión de dos funciones difusas, cualquier función que cumpla con los cuatro axiomas que a continuación se escriben se conocerá como: s-norma.

**Axioma 3.** Condición de frontera, si  $s(1,1) = 1, s(0, a) = s(a, 0) = a$ .

**Axioma 4.** Condición conmutativa,  $s(a, b) = s(b, a)$ .

**Axioma 5.** Condición de no decremento si  $a \leq a'$  y  $b \leq b'$ , entonces  $s(a, b) \leq s(a', b')$ .

Se pueden encontrar diferentes formas particulares en la literatura acerca de funciones norma-s, cada una de ellas es consecuencia de generalizar la operación unión de la manera clásica de conjuntos, tomada de otros puntos de vista. A continuación, se enlistan algunos:

- I. Dombi.
- II. Dubois-Prade
- III. Suma Drástica.
- IV. Suma Einstein.
- V. Suma algebraica.

La diferencia existente de cada una de las normas-s enlistadas es la practicidad de uso de cada una de ellas dependiendo del problema a solucionar, además de contar con la similitud de ser toda extensión de la unión clásica de conjuntos cuando la variable toma valores de 0 o 1.

Las diferentes formas existentes en la literatura sobre la norma-s toman diferentes relaciones como lo describe el siguiente teorema:

**Teorema 1.** Para cualquier norma-s, para cualquier función  $s: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ , que satisfacen los axiomas anteriores se tiene la siguiente ecuación de desigualdad:

$$\max(a, b) \leq s(a, b) \leq s_{ds}(a, b) \quad \text{para cada } a, b \in [0,1] \tag{11}$$

Sea  $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  una función que transforma las funciones de membresía de los conjuntos difusos **A** y **B** a las funciones de membresía de la intersección **A** y **B**:

$$t[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_{A \cap B}(x) \tag{12}$$

Para que la función  $t$  pueda ser calificada como intersección debe satisfacer los siguientes axiomas:

**Axioma 6.** Condición de frontera  $t(0,0) = 0; t(a, 1) = t(1, a) = a$ .

**Axioma 7.** Conmutatividad  $t(a, b) = t(b, a)$ .

**Axioma 8.** No decremento si  $a \leq a'$  y  $b \leq b'$ , entonces  $t(a, b) \leq t(a', b')$ .

**Axioma 9.** Asociatividad  $t[t(a, b), c] = t[a, t(b, c)]$ .

Al igual que con la norma-s se pueden encontrar varias funciones en la literatura. La relación existente entre la norma-t y la norma-sse menciona a continuación: Para cualquier norma-t existente existe una norma-s asociada a ella y viceversa por lo tanto asociado con las normas-s de la clase Dombi, Dubois-Prade y Yager existen normas-t existentes (Zadeh, Fuzzy Algorithms, 1968).

El uso de las t-norma y s-norma se remonta al artículo de Karl Menger de 1942 (Menger, 1942), donde establece la desigualdad triangular, a partir de ese trabajo los alumnos de Menger estudiaron el concepto de norma triangular (t-norma) para sumar probabilísticamente los lados de un triángulo que no midan un número sino una distribución de probabilidad.

Son utilizadas debido a que la t-norma generaliza la intersección clásica, además de satisfacer como operador lógico el conectivo (AND). La s-norma es utilizada debido a la misma razón, al generalizar la unión clásica de conjuntos y satisfaciendo el conectivo (OR).

- VI. Dombi
- VII. Dubois-Prade
- VIII. Yager
- IX. Producto drástico
- X. Producto Einstein
- XI. Producto Algebraico

A partir de las normas-t enlistadas se pueden definir diferentes propiedades la norma-t Yager y el producto algebraico son menores que el operador “*min*”, en general se podría decir que el operador “*min*” es la norma-t más grande y el producto drástico representa la norma-t más pequeña.

**Teorema 2.** Para cualquier norma-t, para cualquier función  $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  que satisface los axiomas 6-9, prevalecerá la siguiente ecuación de desigualdad:

$$t_{ap}(a, b) \leq t(a, b) \leq \min(a, b) \quad \text{para cualquier } a, b \in [0,1] \quad (13)$$

La relación existente entre la norma-s, norma-t y complemento tiene un significado demasiado importante juntos satisfacen la ley de Augustus de Morgan descrita en la siguiente ecuación.

$$c[s(a, b)] = t[c(a), c(b)] \quad (14)$$

#### IV. VARIABLES LINGÜÍSTICAS

Derivado del contexto lingüístico previo, reglas, teoremas, axiomas etc., en la vida diaria regularmente se utilizan palabras para describir variables lingüísticas por ejemplo, para designar el tamaño de algún objeto se usan las palabras pequeño, mediano o grande, donde la palabra “pequeño” describe la variable “tamaño”, es decir la variable tamaño toma el valor de la palabra pequeño, por supuesto la palabra pequeño puede tomar cualquier valor: 1m, 20m etc. Sin embargo, cuando la variable toma valores numéricos se encuentra muy bien establecida dentro de un marco de referencia matemático, pero cuando la variable toma como valor una palabra no existe ese marco de referencia por ello la introducción de las *variables lingüísticas* que da el marco de referencia faltante.

Si una variable toma valores en lenguajes naturales como valores, será llamada variable lingüística, donde las palabras serán caracterizadas por conjuntos difusos definidos en el universo de discurso en el cual la variable es definida.

**Demostración I.** La velocidad de un carro es la variable  $x$  que toma valores en el intervalo  $[0, V_{max}]$ . De donde se definirán tres conjuntos difusos “despacio”, “medio” y “rápido” en  $[0, V_{max}]$ , si  $x$  es una variable lingüística entonces tomará “despacio”, “medio” y “rápido”, entonces podemos decir que “ $x$  es lento”, “ $x$  es medio” y “ $x$  es rápido”.

En la literatura sobre lógica difusa existen definiciones más formales sobre las variables lingüísticas dada la amplitud del tema a continuación, se mencionan algunas de ellas:

Una variable lingüística es caracterizada por  $(X, T, U, M)$  donde:

$X$  es el nombre de la variable lingüística, en el ejemplo anterior es la velocidad del carro.

$T$  son los valores lingüísticos que  $X$  puede tomar en el conjunto difuso, en el ejemplo  $T = \{\text{despacio, medio, rápido}\}$ .

$U$  es el dominio físico actual en el cual la variable lingüística  $X$  toma valores cuantitativos, en el ejemplo  $U = [0, V_{max}]$ .

$M$  es una regla semántica que relaciona cada valor lingüístico en  $T$  con un conjunto difuso en  $U$ , en el ejemplo  $M$  relaciona “despacio”, “medio” y “rápido” con un valor numérico.

Toma importancia mencionar este tipo de variables ya que son los elementos fundamentales con el que se puede representar el conocimiento humano.

Con todo lo expuesto y visto hasta ahora se puede acceder a la interpretación formal de las reglas si – entonces; en la literatura existen varias implicaciones las cuales podrán ser aplicadas dependiendo de las condiciones del problema a solucionar.

Dienes-Rescher.

$$\mu_{Q_D}(x, y) = \max [1 - \mu_{FP_1}(x), \mu_{FP_2}(x)] \tag{15}$$

Lukasiewicz.

$$\mu_{Q_L}(x, y) = \min[1, 1 - \mu_{FP_1}(x) + \mu_{FP_2}(x)] \tag{16}$$

Zadeh.

$$\mu_{Q_Z}(x, y) = \max [\min (\mu_{FP_1}(x), \mu_{FP_2}(x)), 1 - \mu_{FP_1}(x)] \tag{17}$$

Giidel.

$$\mu_{Q_Z}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu_{FP_1}(x) \leq \mu_{FP_2}(y) \\ \mu_{FP_2}(y) & \text{otro} \end{cases} \tag{18}$$

Mamdani

$$\mu_{Q_Z}(x, y) = \min [\mu_{FP_1}(x), \mu_{FP_2}(x)] \tag{19}$$

Para ejemplificar el uso de las implicaciones mencionadas anteriormente se expone el ejemplo siguiente (Wang, 1996).

**Demostración II.** Siendo  $x_1$  la velocidad del carro,  $x_2$  la aceleración e  $y$  la fuerza aplicada al acelerador, se enuncia la siguiente regla si-entonces:

$$\text{si } x_1 \text{ es lento y } x_2 \text{ es pequeño, entonces } y \text{ es largo} \tag{20}$$

Donde lento es la variable difusa establecida por:

$$\mu_{lento}(x_1) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 \leq 20 \\ \frac{40 - x_1}{5} & \text{si } 20 < x_1 \leq 40 \\ 0 & \text{si } x_1 > 40 \end{cases} \tag{21}$$

La figura 7 muestra la relación existente entre lento y pequeño.

Pequeño es la variable difusa en el dominio de la aceleración con la función de membresía:

$$\mu_{pequeño}(x_2) = \begin{cases} \frac{5 - x_2}{5} & \text{si } 0 \leq x_2 \leq 5 \\ 0 & \text{si } x_2 > 5 \end{cases} \tag{22}$$

$y$ , es la variable difusa en el dominio de la fuerza aplicada al acelerador con la función de membresía:

$$\mu_{lento}(x_1) = \begin{cases} 0 & \text{si } y \leq 1 \\ y - 1 & \text{si } 1 \leq y \leq 2 \\ 1 & \text{si } y > 2 \end{cases} \tag{23}$$

Sea el dominio de  $x_1, x_2, y$  siendo  $U_1 = [0,100], U_2 = [0,30], V = [0,3]$ . Si usamos el producto algebraico para la norma-t la proposición difusa:

$$FP_1 = x_1 \text{ es lento y } x_2 \text{ es pequeño} \tag{24}$$

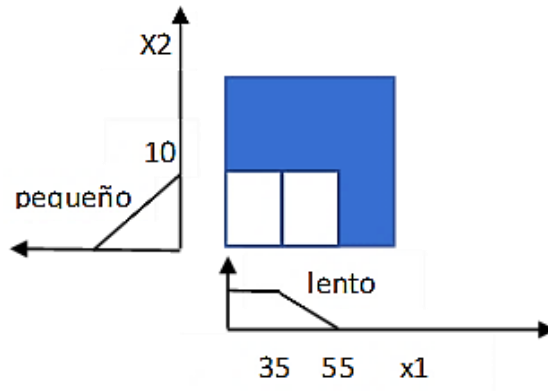


Figura 7 Representación de  $\mu_{lento}(x_1), \mu_{pequeño}(x_2)$

En una relación difusa  $U_1 \times U_2$  con la función de membresía.

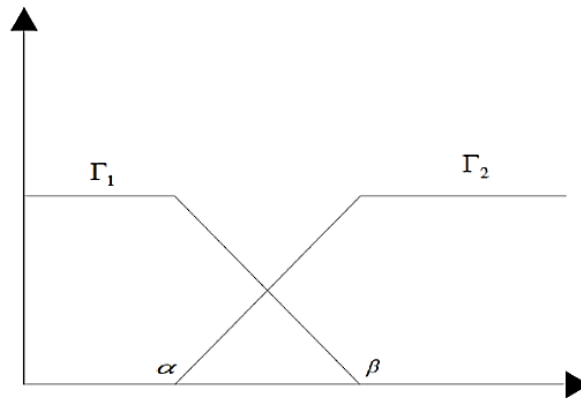
$$\begin{aligned} \mu_{FP_1}(x_1, x_2) &= \mu_{lento}(x_1)\mu_{pequeño}(x_2) \\ &= \begin{cases} 0 & \text{si } x_1 \geq 55 \text{ o } x_2 > 10 \\ \frac{10 - x_2}{10} & \text{si } x_1 \leq 35 \text{ y } x_2 \leq 10 \\ \frac{(55 - x_1)(10 - x_2)}{200} & \text{si } 35 < x_1 \leq 55 \text{ y } x_2 \leq 10 \end{cases} \end{aligned} \tag{25}$$

Funciones de pertenencia más utilizadas. Definidas por dos parámetros  $[\alpha, \beta]$ . Se describen a continuación.

- Funciones trapezoidales  $\Gamma_1, \Gamma_2$  definidas como:

$$\begin{aligned} \Gamma_1(x, \alpha, \beta) &= \begin{cases} 1 & \text{.. } x \leq \alpha \\ \frac{(\alpha - x)}{(\beta - \alpha)} & \text{... } \alpha \leq x \leq \beta \\ 0 & \text{.. } x \geq \beta \end{cases} \\ \Gamma_2 &= 1 - \Gamma_1 \end{aligned} \tag{8}$$

Su representación gráfica se muestra en la Figura 8.

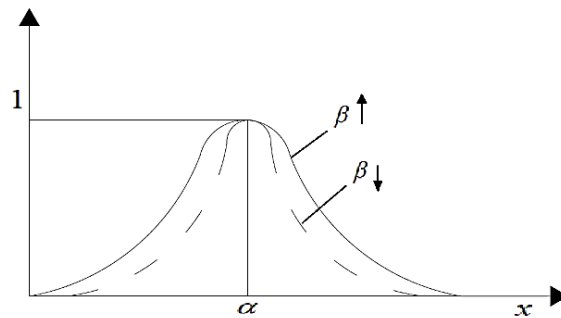


**Figura 8** Función de pertenencia trapezoidal.

- Funciones gaussianas  $f$  definidas como:

$$f(x, \alpha, \beta) = e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}} \tag{9}$$

Su representación gráfica se visualiza en Figura 9.



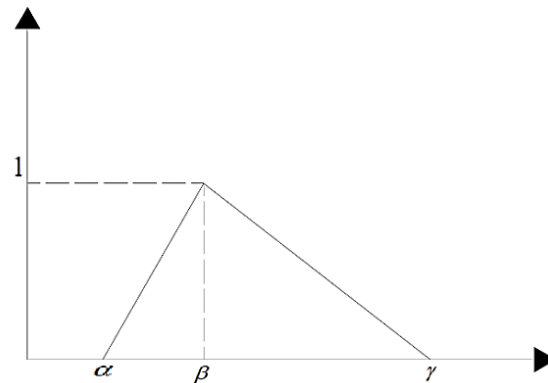
**Figura 9** Función de pertenencia gaussiana.

Funciones definidas por 3 parámetros  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , o dos si son simétricas respecto a  $\beta$ .

- Funciones triangulares  $\Lambda$  definida como:

$$\Lambda(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & \dots x \leq \alpha \\ (x - \alpha) / (\beta - \alpha) & \dots \alpha \leq x \leq \beta \\ (\gamma - x) / (\gamma - \beta) & \dots \beta \leq x \leq \gamma \\ 0 & \dots x \geq \gamma \end{cases} \tag{10}$$

Su representación gráfica se muestra en la figura 10.



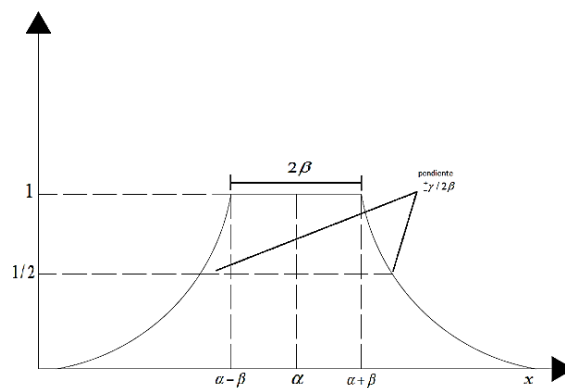
**Figura 1** Función de pertenencia triangular.

En las funciones definidas para 4 parámetros  $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ .

- Funciones acampanadas (“bell-shaped”)  $f$  definidas como:

$$f(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \frac{1}{1 + \left[\frac{x - \alpha}{\beta}\right]^\gamma} \tag{11}$$

Su representación gráfica se muestra en la Figura 11.

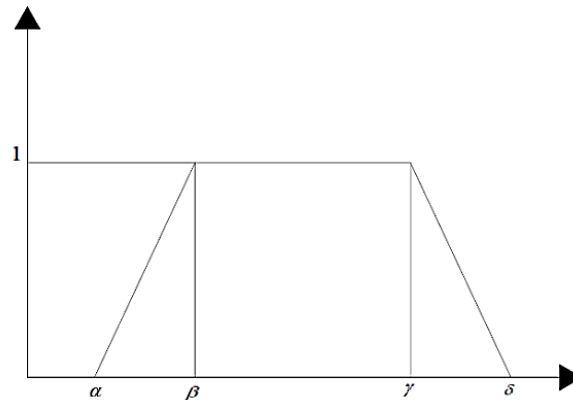


**Figura 11** Función de pertenencia acampanada.

- Funciones trapezoidales  $\Pi$  definidas como:

$$\Pi(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \begin{cases} 0 & \dots x \leq \alpha \\ (x - \alpha) / (\beta - \alpha) & \dots \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 & \dots \beta \leq x \leq \gamma \\ (\gamma - x) / (\delta - \gamma) & \dots \gamma \leq x \leq \delta \\ 0 & \dots x \geq \delta \end{cases} \tag{12}$$

Su representación gráfica se muestra en la Figura 12.



**Figura 11** Función de pertenencia trapezoidal.

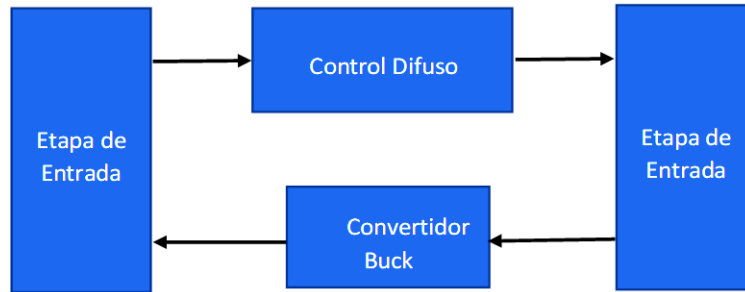
Al asignar una función de pertenencia analítica como las que se han mencionado anteriormente se caracteriza la incertidumbre que en consecuencia es eliminada, debe mencionarse que se puede asignar varias funciones de pertenencia para caracterizar un mismo conjunto difuso.

## V. RESULTADOS

Una vez descrito el concepto de las variables lingüísticas en la pertinencia y en el desarrollo de los controladores difusos y derivado de las operaciones básicas de los conjuntos difusos y la complementación de estos, la implementación de las variables lingüísticas y la alternativa de diseño de controladores difusos para convertidores en particular con el *dc-dc* reductor *Buck* (Lee, 1990) se desarrolló a modo de entendimiento aplicado lo siguiente. La implementación del control difuso pretende demostrar lo siguiente:

- Disminución de la complejidad computacional del convertidor.
- Conseguir prestaciones similares a los diseños convencionales.
- Disminuir la brecha heurística de diseño.

Se propone un controlador proporcional integral que puede ser aplicado al ciclo de trabajo del convertidor Buck cuyo conjunto de reglas lingüísticas se obtiene mediante el conocimiento de la dinámica del sistema (Gomáriz Castro & Guinjoan Gispert, 2012) en la Figura 13 se muestra el diagrama de bloques del convertidor.



**Figura 13** Diagrama de bloques del convertidor con controles difusos.

Las variables de entrada se muestran en las ecuaciones.

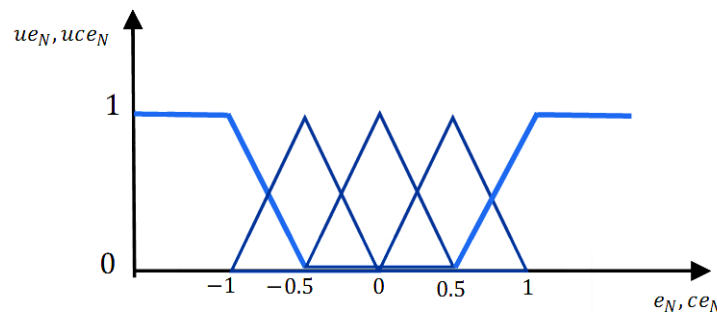
$$e_k = V_{sk} - V_{ref}; \quad e_N = GE^{-1}(V_{sk} - V_{ref}) \tag{31}$$

$$ce_k = e_k - e_{k-1}; \quad ce_N = GR^{-1}(e_k - e_{k-1}) \tag{32}$$

La toma de estas variables como entrada permite interpretar de manera adecuada y sencilla las reglas de control y así proponer lingüísticamente la interpretación. La variación del ciclo de trabajo se denota como  $du$  cómo se plantea en la siguiente ecuación.

$$u_k = u_{k-1} + GU * du_k \tag{33}$$

A continuación, se presentan las variables lingüísticas de entrada. La literatura propone cinco funciones de pertenencia por cada variable de entrada como lo muestra la Figura 14.



**Figura 14** Funciones de pertenencia de las variables lingüísticas.

La Figura 14 define al universo de discurso de -1 a 1, las oraciones que señalan las funciones de pertenencia de la figura previa mostrada en la presente investigación.

$$GN = trapezoidal(e: -1, -1, -1, -0.5)$$

$$PN = triangular(e: -1, -0.5, 0)$$

$$C = triangular(e: -0.5, 0, 0.5)$$

$$PP = triangular(e: 0, 0.5, 1)$$

$$GP = triangular(e: 0.5, 1, 1, 1)$$

Las ecuaciones previas permiten vislumbrar como máximo cuatro reglas de control que se relacionarán con la acción de control dependiendo de la salida de tensión de un regulador. A continuación, se describe lingüísticamente el conjunto de reglas (Mamdani & Assilian, 1975):

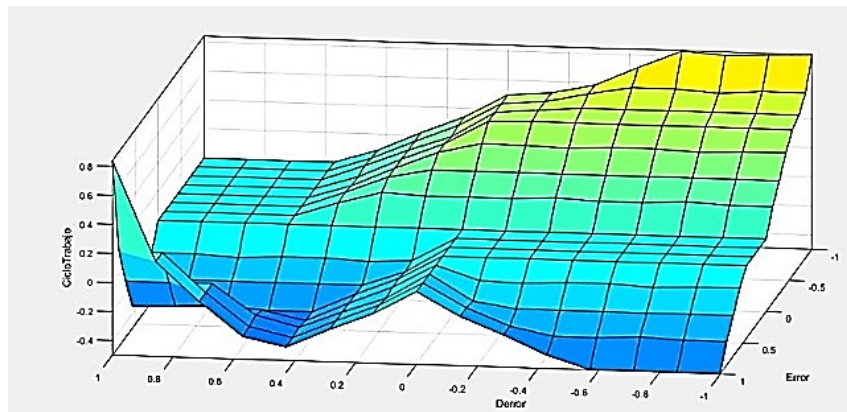
1. Si la tensión de salida del convertidor está lejos de la tensión de referencia entonces el cambio en el ciclo de trabajo debe ser grande.
2. Si la tensión de salida del convertidor es semejante a la tensión de referencia entonces el cambio en el ciclo de trabajo debe de ser pequeño.
3. Si la tensión de salida del convertidor es muy cercana a la tensión de referencia entonces el ciclo de trabajo permanecerá constante.
4. Si la tensión de salida del convertidor es mayor o menor que la tensión de referencia entonces el signo del incremento del ciclo de trabajo debe ser positivo o negativo.

La Tabla I muestra la base de las reglas del control difuso propuesto.

**Tabla I** Reglas del controlador difuso.

<i>e/ce</i>	GN	PN	C	PP	GP
<b>GP</b>	-0.3	-0.35	-0.45	-0.65	-1
<b>PP</b>	0	-0.1	-0.2	-0.35	-0.5
<b>C</b>	0.2	0.1	0	-0.1	-0.2
<b>PN</b>	0.5	0.35	0.2	0.1	0
<b>GN</b>	1	0.65	0.45	0.35	0.3

La Figura 15 muestra la superficie de control para la correspondiente acción del sistema.



**Figura 15** Superficie de control del sistema.

En la siguiente Figura16 se puede apreciar la implementación del sistema en el cual se probarán las reglas del controlador (Mattavelli, Rosseto , Spiazzi, & Tenti, 1997).

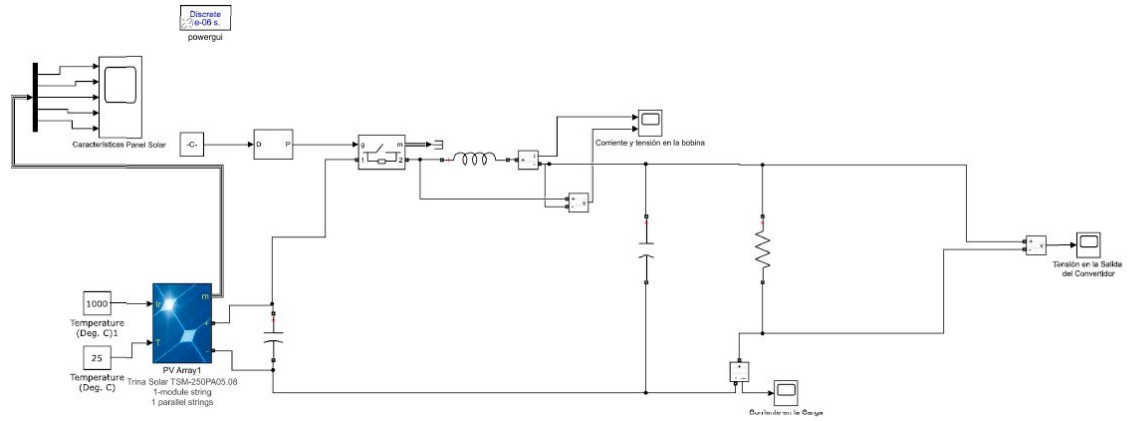


Figura 16 Sistema a implementar.

La implementación se muestra a continuación en las siguientes figuras utilizando el toolbox Fuzzy Logic Designer de Simulink. La elaboración del controlador se llevó a cabo en la herramienta Fuzzy Logic Designer debido a su aceptación en la literatura, además de poder tener efectos comparativos de respuesta. En la Figura 17 se aprecia las reglas del controlador difuso de la Tabla I, y en la Figura 18 se muestra el sistema con dos entradas .

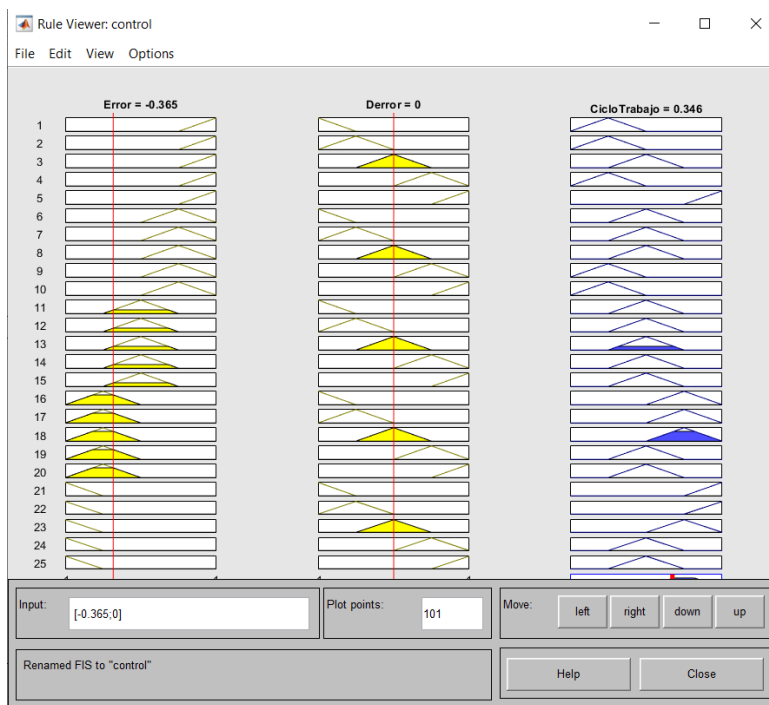
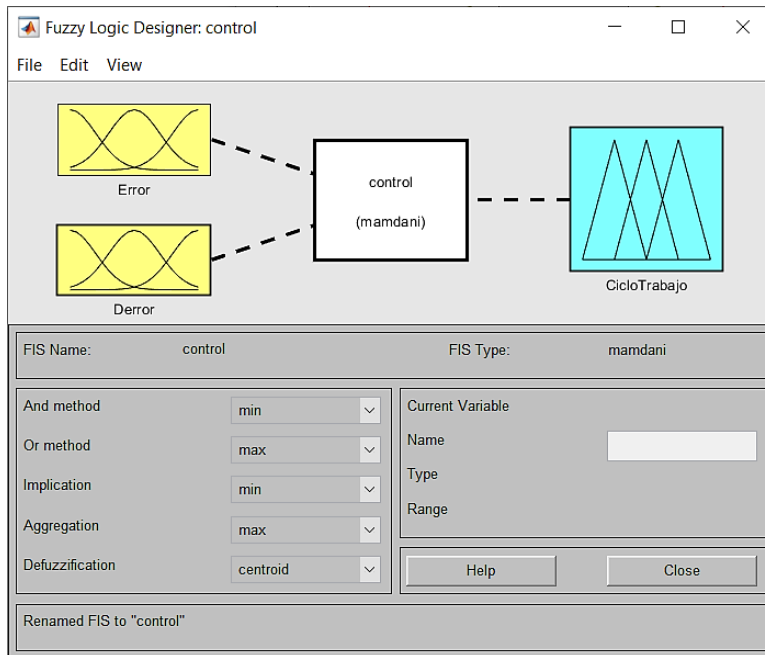
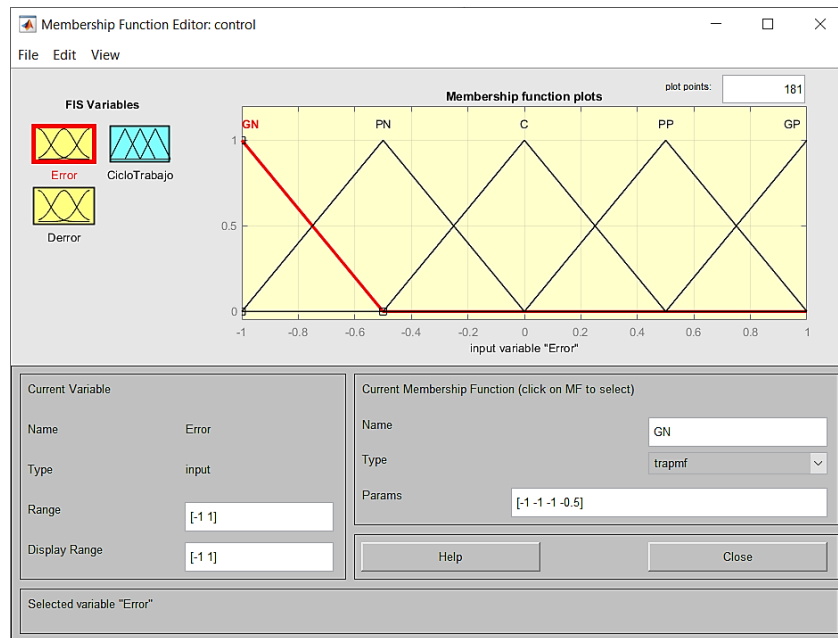


Figura 17 Implementación de las reglas de control de la Tabla I.



**Figura 18** Introducción del sistema de dos entradas una salida.

Las funciones de membresía se observan en la Figura 19.



**Figura 19** Introducción de las funciones de membresía.

A continuación, se presenta el sistema con carga. En la Figura 20 se muestra una batería como carga de 18Ah, y en la Figura 21 se aprecia la respuesta comparativa del sistema. Así como el Figura 22 se expone el sistema con una respuesta convencional.

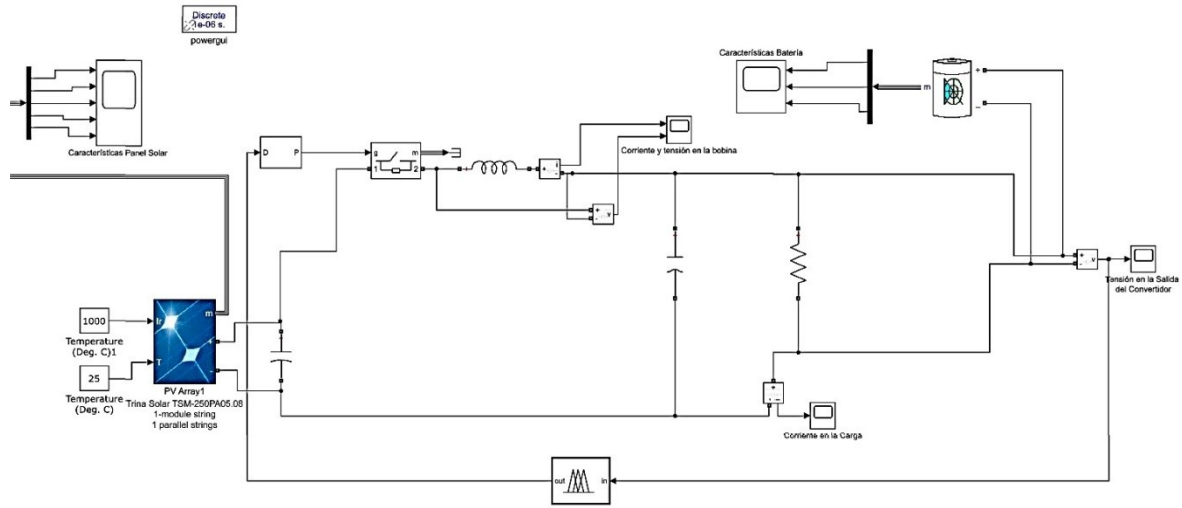


Figura 20 Sistema con una batería como carga de 18Ah.

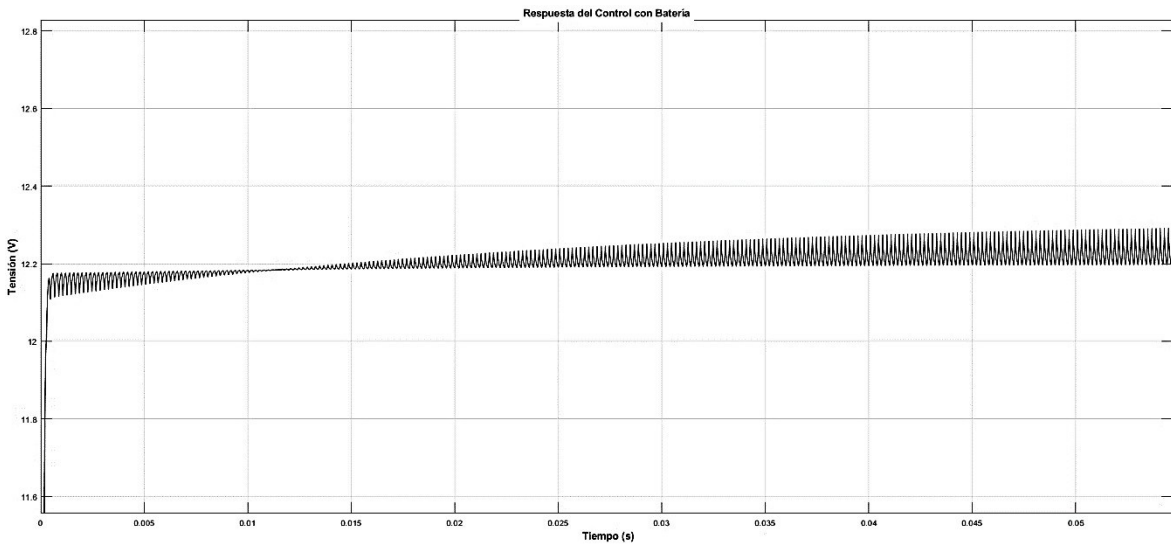
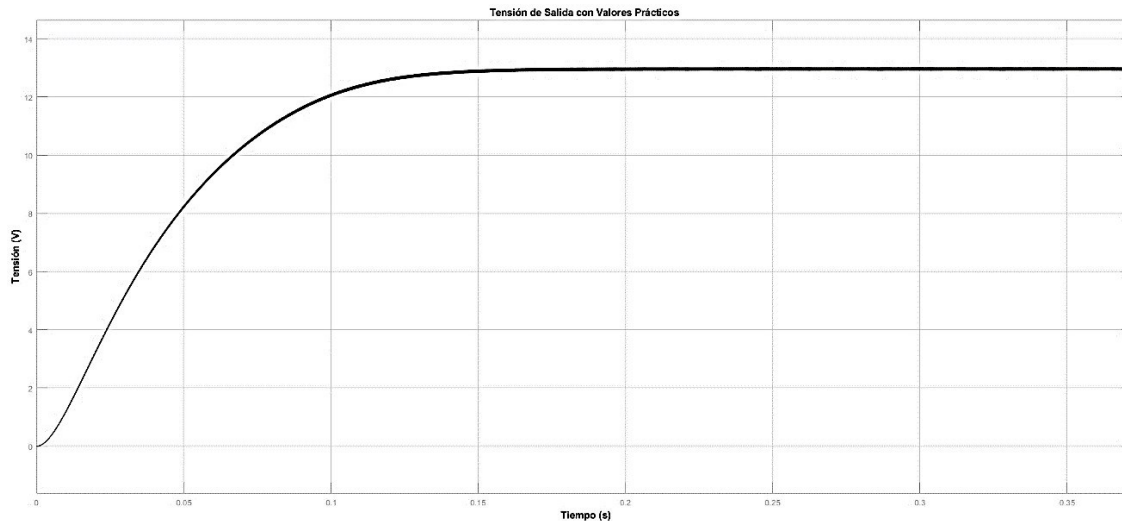


Figura 21 Respuesta del sistema con el controlador difuso.



**Figura 22** Respuesta del sistema convencional.

En las estas figuras se puede observar que la respuesta difiere en algunos aspectos como son el tiempo de levantamiento, rizado, estado estable, etc. Sin embargo, no se debe descartar la naturaleza de la fuente de tensión y de la carga por lo que se puede considerar satisfactoria la respuesta del sistema (Ueno, Inoue, Oota, & Sasaki, 1991).

## VI. CONCLUSIONES

La implementación de reglas por medio de variables lingüísticas en el uso de la lógica difusa mediante el modelado de los controles difusos tipo convertidores dc-dc, dc-ac, ac-ac, etc, ante perturbaciones de carga y en la fuente siempre se busca ser lo más rápido posible, además de llegar a su punto de estabilidad de la misma manera, en el caso presentado; la naturaleza de la fuente, para este caso al ser un panel solar fotovoltaico aminoró la complejidad de las perturbaciones en la fuente ya que su tensión de salida al ser función de la temperatura no varía más allá de un 10% en las condiciones actuales.

## BLIOGRAFÍA

- Bellman, R. E., & Zadhe, L. (17 de Diciembre de 1970). DECISION-MAKING IN A FUZZY ENVIRONMENT. *MANAGEMENT SCIENCE*, 17(4).
- Gomaríz Castro, S., & Guinjoan Gispert, F. (2012). Contribución al control difuso de convertidores conmutados dc-dc. Saarbrücken, Alemania: Editorial Académica Española, LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG.
- Lee, C. (1990). Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller. II. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 419-435.
- Mamdani, H., & Assilian, S. (1975). An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller . *International journal of man-machine studies*, 1-13.
- Mattavelli, P., Rosseto , L., Spiazzi, G., & Tenti, P. (January de 1997). General-Purpose Fuzzy Controller for dc-dc Converters. *IEEE Trans. Power Electronics*, 12(1), 79-85.

- Menger, K. (1942). STATISTICAL METRICS. 535-537.
- Sanahua, S. (2017). Sistemas de Control con Lógica Difusa: Métodos de Mamdani y deTakagi-Sugeno-Kang (TSK). Castellón de la Plana.
- Takagi, M., & Sugeno , M. (January de 1985). Fuzzy Identification of systems and its applications to modelling and control. IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics, 15(1), 116-132.
- Ueno, F., Inoue, T., Oota, I., & Sasaki, M. (1991). Regulation of cuk converters using fuzzy controlers. IEEE Intelec, 261-267.
- Wang, L.-X. (1996). A Course in Fuzzy Systems and Control. Upper Saddle River, Berger Nueva Jersey: Prentice Hall.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. Information and Control, 16.
- Zadeh, L. A. (1968). Fuzzy Algorithms. Information and Control, 94-102.
- Zadeh, L. A. (1971). Similarity relations and fuzzy ordering. Information Sciences, 3(2), 177-200.
- Zadeh, L. A. (Enero de 1973). Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, SMC-3(1), 28-44.